

# PRØVE I KAPITTEL 6 SINUS R2

*Tid: 2 skoletimer*

*I alle oppgavene må du vise utregningene for å få full uttelling.*

## Oppgave 1

I en aritmetisk rekke er det første leddet  $\frac{1}{2}$  og det tredje leddet  $\frac{7}{6}$ .

- Finns differansen  $d$  og det 20. leddet i rekken.
- Finns summen av de 20 første leddene.
- Finns en formel for summen av de  $n$  første leddene.
- Hvor mange ledd er det i rekken når summen er 140?

## Oppgave 2

En uendelig rekke er gitt ved

$$e + 1 + e^{-1} + e^{-2} + \dots$$

der  $e$  er eulertallet.

- Forklar at rekken er geometrisk og konvergerer.
- Finns et uttrykk for det generelle leddet  $a_n$ .
- Vis at summen  $s$  av rekken kan skrives

$$s = \frac{e^2}{e-1}$$

- En annen rekke er gitt ved det generelle leddet  $b_n = \ln a_n$ , der  $a_n$  er det generelle leddet fra oppgave b.  
Vis at denne rekken er aritmetisk.
  - Finns et uttrykk for summen av de  $n$  første leddene.

## Oppgave 3

En uendelig geometrisk rekke er gitt ved

$$5 + 2x + \frac{4}{5}x^2 + \dots$$

- Finns konvergensområdet for rekken.
- Finns summen  $s(x)$  av rekken.
- Undersøk ved regning om summen kan være  $\frac{5}{3}$ .
- Tegn grafen til  $s$ .

## Oppgave 4

Vis ved induksjon at

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

## FASIT

### Oppgave 1

a)  $d = \frac{1}{3}, a_{20} = \frac{41}{6}$

b)  $s_{20} = \frac{220}{3}$

c)  $s_n = \frac{1}{6}(n^2 + 2n)$

d) 28

### Oppgave 2

a)  $k = e^{-1} \in \langle -1, 1 \rangle$

b)  $a_n = e^{2-n}$

d) 2)  $\frac{1}{2}(3n - n^2)$

### Oppgave 3

a)  $-\frac{5}{2} < x < \frac{5}{2}$

b)  $s(x) = \frac{25}{5-2x}$

c)  $s(x) = \frac{5}{3}$  gir  $x = -5$ , som er utenfor konvergensområdet:

$s(x)$  kan derfor ikke være  $\frac{5}{3}$ .

d)

